"Itérations Chaotiques des Méthodes de Décomposition de Domaines"

Frédéric Magoulès
Ecole Centrale Paris
Equipe Calcul à Haute Performance, ECP/MAS/CHP

Résumé :

Les méthodes de décomposition de domaines sont bien adaptées au calcul parallèle. En effet, la division d'un problème en plusieurs petits sous-problèmes, est un moyen naturel d'introduire le parallélisme. Les méthodes de décomposition de domaines possèdent d'une façon où d'une autre les étapes suivantes : (i) un `découpeur' afin de décomposer le maillage en sous-domaines ; (ii) des solveurs locaux afin de trouver les solutions dans les sous-domaines avec des conditions limites définies sur l'interface ; (iii) des conditions d'interfaces assurant la continuité des solutions et de leurs dérivées sur l'interface ; (iv) un algorithme itératif pour résoudre le problème interface. La différence entre les méthodes de décomposition de domaines réside dans la façon dont ces étapes sont combinées entre elles pour permettre la résolution rapide du problème.

Cet exposé présente comment les méthodes de décomposition de domaines ont évoluées au cours des années, et comment les conditions d'interfaces ont été optimisées pour accélérer la convergence de ces méthodes. Ces conditions d'interfaces optimisées sont définies de manière à prendre en compte l'hétérogénéité entre les sous-domaines de part et d'autre de l'interface (milieu poreux), ou la propagation des ondes à travers l'interface (acoustique), conduisant à des algorithmes robustes. Afin d'utiliser au mieux ces méthodes sur des machines massive- ment parallèles, l'algorithme itératif utilisé pour la résolution du problème interface doit être modifié. Des itérations chaotiques sont ici proposées, lesquelles bien que permettant de s'affranchir de la synchronisation, introduisent des difficultés dans la convergence de l'algorithme. Après la présentation de la démonstration de la convergence de la méthode de décomposition de domaines équipées d'itérations chaotiques, des expériences numériques illustrent la robustesse et l'efficacité de l'approche proposée.

[1] F. Magoulès, F.-X. Roux, and L. Series. Algebraic approximation of Dirichlet-to-Neumann maps for the equations of linear elasticity. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 195(29-32) : 3742-3759, 2006.
[2] Y. Maday and F. Magoulès. Non-overlapping additive Schwarz methods tuned to highly heterogeneous media. Comptes Rendus à l'Académie des Sciences, 341(11) :701-705, 2005.
[3] F. Magoulès, F.-X. Roux, and S. Salmon. Optimal discrete transmission conditions for a non-overlapping domain decomposition method for the Helmholtz equation. SIAM Journal on Scientific Computing, 25(5) :1497-1515, 2004.
[4] M.J. Gander, F. Magoulès, and F. Nataf. Optimized Schwarz methods without overlap for the Helmholtz equation. SIAM Journal on Scientific Computing, 24(1) :38-60, 2002.
[5] D.P. Bertsekas and J.N. Tsitsiklis. Parallel and Distributed Computation : Numerical Methods. Prentice-Hall, 1989.